



## UNIVERSIDAD SIMON BOLIVAR

DIVISION	FISICA Y MATEMATICAS			
DEPARTAMENTO	MECANICA			
ASIGNATURA	MC 7311	MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS		
HORAS / SEMANA	T = 4	P = 0	L = 0	U = 4
VIGENCIA	ABRIL 1994 -		APROBACION:	

## OBJETIVOS

Presentar los fundamentos de la Mecánica de los Medios Continuos, empleando un enfoque matemático riguroso, en sus tres áreas principales: cinemática, dinámica y relaciones constitutivas. Los fundamentos matemáticos, la cinemática y la dinámica se revisan en este curso a manera de repaso y para estandarizar la notación, puesto que estos temas ya se estudiaron de forma parcial, bien en el curso de Análisis de Esfuerzos o en el curso de Dinámica de Fluidos I. Especial énfasis se hace en el tema de Relaciones Constitutivas.

## PROGRAMA

### 1 Fundamentos matemáticos

Algebra tensorial: punto, vector y tensor. Notación simbólica, indicial y diádica. Suma, producto, simetría y traza. Transformación y ortogonalidad. Triple producto escalar. Vector de un tensor antisimétrico. Bases covariantes y contracovariantes. Tensor métrico. Delta de Kronecker. Tensores relativos y absolutos. Símbolos de permutación. Tensores de Levi-Civita. Regla del cociente. Valores y direcciones principales. Descomposición polar y espectral. Análisis tensorial. Diferenciación covariante. Símbolos de Christoffel. Tensores de Riemann-Christoffel y tensor de Ricci. Suavidad. Determinante. Regla del producto. Gradiente, divergencia, rotacional y Laplaciano. Campos escalares, vectoriales y tensoriales. Integración. Teorema de Gauss. Teorema de Green. Teorema de Stokes. Regla de Leibniz

### 2 Cinemática

Análisis de deformaciones. Puntos y partículas. Volúmenes y cuerpos. Configuración, deformación y flujo. Posición y desplazamiento. Gradiente de deformación. Gradiente de desplazamiento. Tensores de extensión. Deformación finita. Deformación infinitesimal. Tensores de rotación. Velocidad angular. Deformaciones principales. Tensores de deformación esférico y desviador. Tensores de Green y de Cauchy. Tensor de Rivlin-Ericksen. Movimientos y flujos. Descripción espacial y material. Derivación material. Paso de partícula. Líneas de corriente. Traza. Dilatación. Teoremas del transporte. Vorticidad, líneas y tubos de vorticidad. Circulación. Teorema de Helmholtz. Tasa de deformación y tasa de rotación. Tipos de movimientos y campos de velocidades.

### **3 Dinámica**

Análisis de esfuerzos. Vector tracción. Tensor de esfuerzo y componentes. Indiferencia respecto al sistema de referencia. Estado de esfuerzo en un punto. Esfuerzos principales. Esfuerzos cortantes máximos y mínimos. Círculos de Mohr. Tensores de esfuerzo esférico y desviador. Principios de conservación. Conservación de masa. Ecuación de continuidad. Conservación de la cantidad de movimiento lineal. Ecuación de movimiento. Conservación de la cantidad de movimiento angular. Simetría del tensor de esfuerzo. Sistemas no inerciales. Conservación de la energía total. Ecuación de la energía mecánica. Conservación de la energía térmica. Primer principio de la Termodinámica. Ecuación de la energía térmica. Función de disipación. Conservación de la entropía. Segundo principio de la Termodinámica. Ecuación de la entropía. Desigualdad de Clausius-Duhem.

### **4 Relaciones constitutivas**

Viscosidad. Fluidos no viscosos: ecuación de Euler, flujo ideal, flujo elástico, ecuación de Bernoulli, flujo irrotacional. Fluidos stokesianos: viscosidad no lineal, viscosidad lineal, ecuación Navier-Stokes-Duhem. Fluidos maxwellianos. Fluidos simples: fluido Rivlin-Ericksen, flujo viscométrico, flujo de corte simple, fluido de segundo orden. Fluidos con memoria. Viscoelasticidad: viscoelasticidad lineal, modelos viscoelásticos sencillos y generalizados, fluencia lenta y relajación, módulos complejos, acomodaciones, teoría tridimensional. Elasticidad: elasticidad finita, cuerpos elásticos, el esfuerzo de Piola-Kirchhoff, hiperelasticidad, hipoelasticidad, termoelasticidad, elasticidad lineal, ley de Hooke generalizada, isotropía, anisotropía y simetría, propiedades elásticas del material, principio de superposición, problemas elastostáticos, problemas elastodinámicos, principio de Saint-Venant. Plasticidad: comportamiento plástico, criterio de Tresca, criterio de Von Mises, espacio de tensiones y superficie de fluencia, endurecimiento isotrópico y cinemático, ecuaciones plásticas y el potencial plástico, tensión equivalente, trabajo plástico y endurecimiento, deformación total, problemas elastoplásticos, deformación plástica plana y líneas de deslizamiento, materiales con memoria.

## **BIBLIOGRAFIA**

- [1] Erickson, J.L. *Tensor Fields*. Encyclopedia of Physics, Ed. S. Flügge, Vol. III/1. pp. 794 - 858. Springer - Verlag, 1960.
- [2] Sokolnikoff, I.S. *Tensor Analysis*, 2nd Edition. John Wiley & Sons, Inc., 1979.
- [3] Bowen, R.M. y Wang, C.-C. *Introduction to Vectors and Tensors*. Vol. 1,2, Plenum Press, 1976, 2<sup>nd</sup> Printing, 1980.
- [4] Flügge, W. *Tensor Analysis and Continuum Mechanics*. Springer - Verlag, 1972.
- [5] Truesdell, C. y Toupin, R.A. *The Classical Field Theories*. Encyclopedia of Physics, Ed. S. Flügge, Vol. III/1. pp. 226 - 793. Springer - Verlag, 1960.
- [6] Wang, C.- C. *Mathematical Principles of Mechanics and Electromagnetism*, Plenum Press, 1979.
- [7] Aris, R. *Vectors, Tensors, and Basic Equations of Fluid Mechanics*. Prentice - Hall, 1962.

- [8] Serrin, J. *Mathematical Principles of Classical Fluid Mechanics*. Encyclopedia of Physics, Ed. S. Flügge, Vol. VIII/1. pp. 125 - 263. Springer - Verlag, 1959.
- [9] Slattery, J.C. *Momentum, Energy, and Mass Transfer in Continua*. McGraw - Hill, Inc., 1972.
- [10] Eringen, A.C. *Mechanics of Continua*. John Wiley & Sons, Inc., 1967.
- [11] Gurtin, M.E. *An Introduction to Continuum Mechanics*. Academic Press, Inc., 1981.
- [12] Mase, G.E. *Theory and Problems of Continuum Mechanics*. McGraw - Hill Book Co. Inc., 1970.
- [13] Sommerfeld, A. *Mechanics of Deformable Bodies*. Lectures on Theoretical Physics, Vol. II. Academic Press, Inc., 1950. 4<sup>th</sup> Printing, 1964.
- [14] Lai, W.M., Rubin, D. y Krempl, E. *Introduction to Continuum Mechanics*. Revised Edition in SI / Metric Units. Pergamon Press, 1978.
- [15] Sedov, L.I. *A Course in Continuum Mechanics*.
  - Vol I: Basic Equations and Analytical Techniques.
  - Vol II: Physical Foundations and Formulations of Problems.
  - Vol III: Fluids, Gases, and The Generation of Thrust.
  - Vol IV: Elastic and Plastic Solid and The Formation of Cracks.
 Wolters - Noordhoff Publishing, Groningen, 1971-1972.
- [16] Truesdell, C. *A First Course in Rational Continuum Mechanics*. Vol 1: General Concepts. Academic Press, Inc., 1977.
- [17] Truesdell, C. *Continuum Mechanics I: The Mechanical Foundation of Elasticity and Fluid Dynamics*, Gordon and Breach Science Publishers, Inc., 1966.
- [18] Jaunzemis, W. *Continuum Mechanics*. The McMillan Company, 1967.
- [19] Malvern, L.E. *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*. Prentice - Hall, Inc., 1969.
- [20] Flügge, S. Ed. *Elasticity and Plasticity*. Encyclopedia of Physics. Vol VI:. Springer - Verlag, 1958.
- [21] Shames, I.H. y Cozzarelli, F.A. *Elastic and Inelastic Stress Analysis*. Prentice - Hall, Inc., 1992.
- [22] Truesdell, C. y Noll, W. *The Non-Linear Field Theories of Mechanics*. Encyclopedia of Physics, Ed. S. Flügge, Vol III/3. Springer - Verlag, 1965.
- [23] Leigh, D.C. *Non Linear Continuum Mechanics*. McGraw - Hill, Inc., 1968.
- [24] Sedov, L.I. *Foundations of The Non-Linear Mechanics of Continua*. Pergamon Press Ltd., 1966.
- [25] Lodge, A.S. *Body Tensor Fields in Continuum Mechanics with Applications to Polymer Rheology*. Academic Press, Inc., 1974.
- [26] Astarita, G. y Marrucci, G. *Principles of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. McGraw - Hill Book Co. Ltd., 1974.
- [27] Schowalter, W.R. *Mechanics of Non-Newtonian Fluids*. Pergamon Press, 1978.
- [28] Coleman, B.D., Markovitz, H. y Noll, W. *Viscometric Flows of Non-Newtonian Fluids, Theory and Experiment*. Springer - Verlag, 1966.
- [29] Joseph, D.D. *Fluid Dynamics of Viscoelastic Liquids*. Springer -Verlag, 1990.
- [30] Noll, W. *The Foundations of Mechanics and Thermodynamics, Selected Papers*. Springer-Verlag, 1974.
- [31] Truesdell, C. *Rational Thermodynamics*. 2<sup>nd</sup> Edition. Springer-Verlag, 1984.
- [32] Day, W.A. *The Thermodynamics of Simple Materials with Fading Memory*. Springer - Verlag, 1972.
- [33] Astarita, G. *An Introduction to Non-Linear Continuum Thermodynamics*. Societá Editrice di Chimica, Milano, 1975.
- [34] Beran, M.J. *Statistical Continuum Theories*. Interscience Publishers, 1968.

- [35] Reiner, M. *Selected Papers on Rheology*. Elsevier Scientific Publishing Company, 1975.
- [36] Hutton, J.F., Pearson, J.R.A. y Walkers, K. (Eds.) *Theoretical Rheology*. Applied Science Publishers Ltd., 1975.
- [37] Bedford, A. *Hamilton's Principle in Continuum Mechanics*. Pitman Publishing Ltd., 1985.